
ANALISIS WAKTU PROSES BONGKAR MUAT BARANG DENGAN MENGGUNAKAN TEORI ANTRIAN

Renatha Hutapea

E-mail : rhutapea@bundamulia.ac.id

Penulis

Renatha Hutapea adalah tenaga kependidikan dan tergabung pada bidang penjaminan mutu di Universitas Bunda Mulia. Beliau juga menjadi asisten dosen di beberapa mata kuliah.

Bidang peminatan: Penjaminan mutu dan kualitas

Abstract

The analysis of queuing time has done for the process of loading and unloading as well as clarify why the biggest cause of problems occurred in the queue (45% of the total issues arising for the service) on company which is engaged in the business of providing warehouse. Currently, the queue model used is Multichannel Single Phase models where there are 10 lines for the loading process, assisted by 12 people for forklifts and 2 people to the process of checking in and out of the goods with the time standards set by the company is 30 minutes.

Sample data retrieval is done by measuring the customer arrival and service time that occurred for three days. Data processing is done with using OM EXCEL software to calculate the amount of time in the queue.

From the measurement results obtained that the average customer arrival (truck) is 3 trucks / hour so that the average service for a truck 13 minutes. And from the results obtained by processing server utilization 6% and 54% probability of unemployment system. Customer waiting time is much less than 30 minutes. The percentage of total issues in the company does not fully describe the queue at organization. This is due to the queue remains occur only upon arrival at a particular customer accumulates.

Keywords

Queuing System, Warehouse System, Loading Utilization

JIEMS

*Journal of Industrial Engineering &
Management Systems
Vol. 4, No 2, August 2011*

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Saat ini bisnis usaha di sektor barang maupun jasa semakin berkembang. Pasar mengalami perubahan yang sangat cepat dan persaingan yang semakin ketat. Oleh karena itu, Perusahaan yang ingin berkembang atau minimal bertahan hidup harus dapat menyusun strategi-strategi yang tepat. Salah satu strategi utamanya adalah Perusahaan harus mampu menyediakan produk dan atau jasa yang dapat memuaskan keinginan konsumen, baik dari segi harga, mutu maupun pelayanan. Perusahaan yang bergerak dalam bidang pelayanan penyewaan gudang memiliki tanggung jawab terhadap proses *loading* meliputi penyediaan fasilitas bongkar muat (*forklift*), karyawan yang akan melakukan pengoperasian *forklift* (*forklift driver*) serta karyawan yang melakukan pengecekan barang keluar maupun masuk yang dilakukan oleh *tally man*. Dalam usaha meningkatkan pelayanan, Perusahaan hendaknya mengurangi kekeliruan dalam proses *loading*, mengurangi waktu pelayanan bongkar muat, mengurangi terjadinya kerusakan barang serta mengurangi waktu waktu tunggu untuk mengantri yang telah ditetapkan.

Dilihat dari total permasalahan terbesar adalah masalah antrian (45%) diproses bongkar muat. Maka dalam penelitian ini, penulis akan menganalisis proses bongkar muat di perusahaan dengan menggunakan teori antrian untuk memberikan saran dalam peningkatan pelayanan yang lebih efisiensi baik terhadap customer.

Perusahaan tempat penelitian berlangsung memiliki 2 jenis gudang yaitu, gudang normal dan gudang berikat (PPGB). Keseluruhan gudang memiliki 8 pintu dan 16 loading B yang digunakan sebagai tempat bongkar muat barang. Gudang berikat (PPGB) memiliki 3 pintu (pintu nomor 1 – 3) dan 6 loading B (loading nomor 1 – 6) sedangkan gudang normal memiliki 5 pintu (pintu nomor 4 – 8) dan 10 loading B (loading nomor 7 - 16). Jumlah *forklift* yang digunakan adalah 8 unit untuk semua loading yang ada, baik pada gudang PPGB maupun gudang normal serta 3 orang *tally man*. Jumlah PIC *forklift driver* yang tersedia untuk proses bongkar muat ini terdiri dari 4 orang PIC *forklift driver* untuk PPGB dengan 1 orang *tally man*, sedangkan untuk gudang normal PIC *forklift driver* yang bertugas ada 12 orang dengan jumlah *tally man* yang tersedia ada 2 orang. Tugas dari *tally man* adalah untuk melakukan pengecekan terhadap barang yang sudah di persiapkan oleh PIC *warehouse* (*forklift driver*) dan membandingkannya dengan *delivery order* (DO) yang diterima dari customer. Sedangkan PIC *forklift driver* adalah melakukan tugas pengecekan terhadap barang yang sudah di persiapkan melalui DO yang diterima dari bagian *customer service*.

Seperti kita ketahui, dalam jasa penyewaan gudang, waktu mengantri merupakan hal yang sangat penting bagi kepuasan pelanggan. Banyaknya permintaan terhadap penyewaan gudang membuat Perusahaan harus mempertimbangkan faktor antrian terutama pada kecepatan proses bongkar dan atau muat barang. Jumlah gudang yang kurang akan

menyebabkan penambahan waktu antrian bongkar dan atau muat. Sedangkan jumlah gudang yang berlebihan akan menimbulkan inefisiensi dalam hal biaya investasi gudang.

RUMUSAN MASALAH

Analisis penyebab terjadinya antrian apakah keseluruhan proses antrian melebihi waktu standard yang ditetapkan terkait dengan fasilitas yang disediakan seperti jumlah *forklift*, dan jumlah *line* yang dibuka untuk penyediaan pelayanan (jumlah *loading*).

STUDI PUSTAKA

Teori Antrian

Menurut Stevenson teori antrian adalah “*Mathematical approach to the analysis of waiting lines*”.

Menurut Chase, Aquilano dan Jacobs menyatakan bahwa:
“*the basic element of waiting lines problems and provide standard steady state formulas for solving them. These formulas arrived at through queuing theory*”.

Jadi dari beberapa definisi dan pengertian di atas dapat ditarik sebuah kesimpulan bahwa teori antrian adalah suatu cara secara matematika untuk mengukur jalur antrian.

Konsep Dasar Teori Antrian

Konsep antrian ini pertama kali diperkenalkan pada tahun 1909 oleh ahli matematika dan insinyur berkebangsaan Denmark yang bernama A.K. Erlang, dalam bukunya yang berjudul “*Solution of Some Problem in The Theory of Probability of Significance in Automatic Telephone Exchange*”. Dia mengembangkan model antrian ini untuk menentukan jumlah yang optimal dari fasilitas telepon *switching* yang digunakan untuk melayani permintaan yang ada. Konsep ini makin meluas penggunaannya mulai akhir Perang Dunia II.

Sistem Antrian

Di dalam manajemen operasional terdapat banyak bagian yang harus dipelajari dan salah satunya adalah analisa sistem antrian. Menunggu dalam antrian adalah hal yang paling sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Yang menghabiskan sebagian waktunya untuk mengantri bukan hanya orang saja, tetapi juga produk yang menunggu giliran di dalam proses produksi, mesin yang menunggu giliran untuk diperbaiki, dan sebagainya. Karena waktu merupakan sumber daya yang berharga, pengurangan dalam waktu menunggu merupakan topik dalam analisa.

Sementara itu Supranto mendefinisikan sebagai berikut:

“Proses dasar yang dianggap oleh model antrian adalah bahwa satuan penerima pelayanan (SPP) yang memerlukan pelayanan berasal dari

suatu populasi yang disebut sumber masukan. SPP memasuki sistem antrian dan menggabungkan diri atau membentuk suatu antrian. Pada waktu tertentu, anggota dalam antrian dipilih untuk memperoleh pelayanan dengan menggunakan aturan tertentu yang disebut disiplin pelayanan (*service discipline*). Pelayanan yang diperukan oleh SPP kemudian dilakukan oleh mekanisme pelayanan, setelah pelayanan diperoleh SPP meninggalkan sistem.”

Selain itu Supranto juga memberikan definisi mengenai teori antrian saluran ganda yang didefinisikan sebagai berikut:

“Teori antrian saluran ganda (*multi channel queuing theory*) ialah teori dimana beberapa tempat pelayanan sebanyak k dipasang secara paralel (misalnya ada lima loket), dan setiap elemen atau satuan penerima pelayanan dalam antrian dapat dilayani oleh lebih dari satu tempat pelayanan. Setiap fasilitas pelayanan mempunyai mutu pelayanan yang sama, dilengkapi dengan fasilitas yang sama pula. Satuan penerima memilih satu tempat pelayanan (loket tertentu) tanda adanya tekanan dari luar.”

Dalam manajemen operasi, selain harus memberikan pelayanan yang baik juga harus memperhatikan biaya yang dikeluarkan untuk menghadirkan pelayanan tersebut, apakah pelayanan tersebut bernilai sesuai dengan biaya yang dikeluarkan oleh Perusahaan.

Hal ini dikemukakan oleh Heizer dan Render sebagai berikut:

“Operation manager recognize the trade off that must take place between the cost of providing good service and the cost of customers or machines waiting time. Manager want queues that are short enough so that customers don’t become unhappy and either leave without buying or buy but never return. However, manager are willing to allow some waiting if the waiting is balanced by a significant savings in service balance.”

Pada umumnya sistem antrian dapat diklasifikasikan menjadi sistem yang berbeda-beda di mana teori antrian sering diterapkan secara luas menurut , yaitu:

1. Sistem pelayanan komersial

Merupakan aplikasi yang sangat luas dari model-model antrian, seperti restoran, kafetaria, toko-toko, salon, butik, supermarket, dan lain sebagainya.

2. Sistem pelayanan bisnis – industri

Mencakup lini produksi, sistem material-*handling*, sistem pergudangan dan sistem-sistem informasi komputer.

3. Sistem pelayanan transportasi

4. Sistem pelayanan sosial

Sistem-sistem pelayanan yang dikelola oleh kantor-kantor dan jawatan-jawatan lokal maupun nasional, seperti kantor registrasi SIM dan STNK, kantor pos, rumah sakit, puskesmas dan lain sebagainya.

Heizer dan Render membagi tiga karakteristik utama dalam sistem antrian, yaitu karakteristik dari kedatangan, karakteristik dari jalur antrian, dan karakteristik dari fasilitas pelayanan.

Menurut Chase, Aquilano dan Jacobs karakteristik terbagi menjadi tiga bagian utama, yaitu:

1. Ukuran Kedatangan, Ada dua ukuran dari suatu kedatangan, yaitu:

a. Tidak terbatas

Merupakan jumlah kedatangan pelanggan tidak terbatas dan pada saat terjadi transaksi hanya dalam skala kecil yang ditangani.

b. Terbatas

Merupakan kedatangan dimana hanya angka-angka terbatas dari pelanggan potensial pelayanan.

Sebagian besar teori antrian menggunakan populasi tidak terbatas. Ini berarti jumlah pelanggan dalam sistem tidak terpengaruh tingkat dimana populasi menghasilkan atau menurunkan pelanggan baru (tidak akan mempengaruhi secara signifikan).

2. Pola Kedatangan

Dalam sistem antrian dibutuhkan suatu tingkatan yang menunjukkan banyaknya permintaan pelayanan yang datang dalam satu periode. Bentuk kedatangan pelanggan saat memasuki sistem ada 2, yaitu:

a. Perusahaan manufaktur, umumnya jarak interval antara satu kedatangan dengan kedatangan lainnya bersifat konstan.

b. Perusahaan jasa, ada dua cara yang dapat dilakukan untuk mengukur pola kedatangan pelanggan, yaitu:

1) Distribusi Eksponensial

Dengan memperhatikan berapa lama interval waktu antara customer pertama yang datang dengan pelanggan berikutnya.

2) Distribusi *Poisson*

Dengan menentukan t (panjang waktu) dan mencoba melihat berapa banyak orang yang datang selama periode waktu " t " tersebut. Pelanggan yang datang pada pelayanan pada umumnya adalah secara acak.

3. Perilaku Kedatangan

Model antrian berasumsi bahwa pelanggan yang mengantri adalah pelanggan yang sabar. Tingkat kesabaran pelanggan adalah seorang pelanggan mungkin mau menunggu dalam antrian yang panjang sampai fasilitas siap melayaninya.

Ada dua jenis ketidaksabaran, yaitu:

c. *Balking*, artinya seseorang mengamati dahulu keadaan fasilitas pelayanan dan panjang dari jalur antrian, kemudian memutuskan untuk meninggalkannya.

d. *Reneging*, artinya pelanggan melihat situasi dan bergabung dalam antrian kemudian setelah beberapa saat ia keluar.

Karakteristik Antrian

Menurut Chase, Aquilano dan Jacobs karakteristik antrian adalah:

1. Panjang Antrian

Ada dua macam panjang barisan antrian, yaitu:

- a. Tidak terbatas, maksudnya panjang antrian melebihi kapasitas dari suatu sistem.
- b. Terbatas, maksudnya panjang antrian tidak melebihi kapasitas atau dibatasi.

2. Disiplin Antrian

Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menyeleksi individu-individu yang memasuki antrian untuk dilayani.

Disiplin antrian ini terbagi dalam empat bentuk, yaitu :

- a. *First In First Come*
Customer yang pertama kali datang akan dilayani terlebih dahulu.
Contoh: dapat dilihat pada antrian di loket-loket penjualan karcis kereta api.
- b. *Last In Last Come*
Customer yang terakhir datang akan dilayani terlebih dahulu.
Contohnya adalah pada sistem bongkar muat barang dalam truk, dimana barang yang masuk terakhir justru akan ke luar terlebih dahulu.
- c. *Service in Random Order (SIRO)*
Pelayanan yang diberikan dilakukan secara acak, dimana customer yang datang pertama maupun yang terakhir akan mendapatkan peluang yang sama untuk dilayani.
Contohnya adalah pada arisan, dimana pelayanan atau *service* dilakukan berdasarkan undian (*random*).
- d. Pelayanan berdasarkan prioritas
Pelayanan diberikan berdasarkan skala prioritas. Contohnya dapat dilihat pada pelayanan yang diberikan di sebuah rumah sakit, dimana pasien yang memiliki penyakit lebih parah akan ditangani terlebih dahulu. Disiplin prioritas ini dikelompokkan menjadi dua, yaitu *preemptive* dan *non preemptive*.
Disiplin *preemptive* menggambarkan situasi dimana pelayan sedang melayani seseorang, kemudian beralih melayani orang yang diprioritaskan meskipun belum selesai melayani orang sebelumnya.
Disiplin *non preemptive* menggambarkan situasi dimana pelayan akan menyelesaikan pelayanannya baru kemudian beralih melayani orang yang diprioritaskan.

Karakteristik pelayanan

Menurut Heizer dan Render terdapat dua karakteristik di dalam pelayanan yang mempengaruhi masalah antrian, yaitu:

1. Distribusi waktu pelayanan
Seperti waktu kedatangan, waktu pelayanan dapat bervariasi dari satu pelanggan berikutnya yaitu secara tetap (konstan) atau secara acak. Waktu pelanggan tetap (konstan), yaitu jika tiap-tiap pelanggan dilayani dengan waktu yang sama. Sedangkan waktu pelayanan secara acak, menunjukkan periode waktu antar pelanggan yang mungkin.
2. Struktur antrian

Struktur antrian adalah bentuk fisik dimana populasi yang akan dilayani merupakan satu atau beberapa jalur/tahap, atau campuran dari keduanya. Atas dasar sifat proses pelayanannya, maka dapat diklasifikasikan fasilitas-fasilitas pelayanan dalam susunan saluran (tunggal atau jamak) dan fase (tunggal atau jamak) yang akan membentuk suatu struktur antrian yang berbeda-beda. Istilah saluran menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan. Istilah fase berarti jumlah stasiun-stasiun pelayanan (*server*), dimana para pelanggan harus memulainya sebelum pelayanan dinyatakan lengkap.

Dalam suatu sistem antrian, fasilitas pelayanan dapat terdiri dari satu atau beberapa fasilitas pelayanan. Bentuk fasilitas pelayanan yang dipilih Perusahaan harus berdasarkan jumlah customer yang datang dan sifat pelayanan yang diinginkan.

Fasilitas pelayanan berkaitan dengan baris antrian yang akan dibentuk. Desain fasilitas pelayanan ini dapat dibagi dalam tiga bentuk, yaitu :

- a. Bentuk *series*, dalam satu garis lurus ataupun garis melingkar.
- b. Bentuk *parallel*, dalam beberapa garis lurus yang antara yang satu dengan yang lain *parallel*.
- c. Bentuk *network station*, yang dapat didesain secara *series* dengan pelayanan yang lebih dari satu pada setiap stasiun. Bentuk ini dapat juga dilakukan secara *parallel* dengan stasiun yang berbeda-beda.

Notasi Kendall

Terdapat banyak variasi yang mungkin dari model antrian. Ciri-ciri dari masing-masing model akan diringkas dalam notasi Kendall yang diperluas, notasi itu dituliskan :

$[a / b / c / d / e / f]$

Notasi Kendall yang asli adalah : $[a / b / c]$

Keterangan :

a : distribusi kedatangan

b : distribusi pelayanan

untuk a dan b, M menunjukkan Poisson,

Ek menunjukkan Erlang, dan

D berarti deterministik atau konstan.

c : banyaknya pelayanan

d : disiplin antrian, seperti FIFO, LIFO, prioritas dan random

e : jumlah maksimum pengantri dalam sistem (antri dan dilayani)

f : jumlah sumber kedatangan

Jika tiga dari notasi Kendall yang diperluas tidak disebutkan, berarti :
 $[. / . / . / \text{FIFO} / \infty / \infty]$

Artinya disiplin antri FIFO, jumlah maksimum pengantri dalam sistem tidak terbatas dan jumlah sumber kedatangan tidak terbatas.

JIEMS

Struktur Antrian

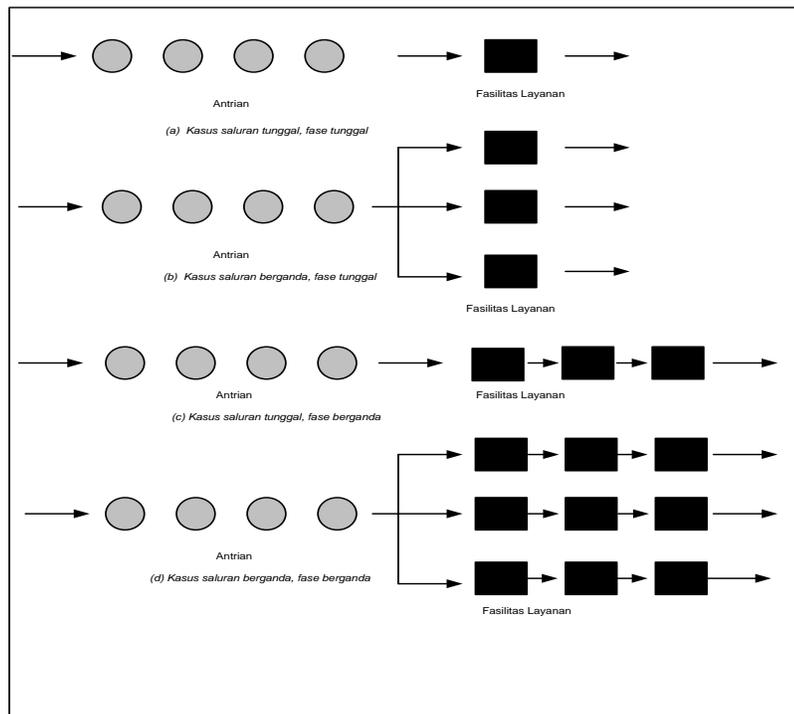
Menurut Heizer dan Render empat struktur antrian dasar yang menggambarkan kondisi umum disuatu fasilitas layanan. Struktur yang

paling sederhana, disajikan di gambar 1 adalah modul dasar yang biasa digunakan. Contohnya bisa dilihat pada saat memasuki studio di bioskop.

Jika jumlah stasiun pemrosesan ditambah tetapi tetap menggunakan satu antrian tunggal, maka akan terjadi kasus pelayan berganda yang tampak pada gambar 1. Model antrian ini terjadi kapan saja, dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. Antrian jenis ini bisa dilihat pada sistem pelayanan di bank.

Suatu lini perakitan diPerusahaan manufaktur, pada dasarnya, memiliki sejumlah fasilitas layanan secara serial dan merupakan contoh kasus pelayan tunggal secara berangkaian yang tampak di gambar 1. Istilah fase berganda menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara bertahap (dalam *phase – phase*), misalnya konter kasi supermarket, loket di bioskop, pencucian mobil dan sebagainya.

Akhirnya, kasus pelayan berganda secara berangkaian dapat diilustrasikan dengan dua atau lebih lini perakitan paralel seperti tampak pada gambar 1, sebagai contohnya adalah herregistrasi para mahasiswa di universitas, pelayanan kepada pasien di rumah sakit mulai dari pendaftaran, diagnosa, penyembuhan sampai pembayaran. Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahapnya. Kombinasi dari empat struktur dasar ini juga dapat terjadi dalam jaringan kerja pada sistem yang sangat kompleks.



Sumber: Heizer dan Render (2001: 806)

Gambar 1. Empat Struktur Antrian

Variasi Model Antrian

Heizer dan Render mengemukakan bahwa secara umum ada empat model yang sering digunakan dalam menentukan sistem antrian, seperti yang terlihat pada tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1
Variasi Model Antrian

Model	Name	Number of Channel	Number of Phases	Arrival Rate Pattern	Service Time Pattern	Population Size	Queue Discipline
A	Simple sistem (M/M/I)	Single	Single	Poisson	Exponential	Unlimited	FIFO
B	Multichannel (M/M/S)	Multichannel	Single	Poisson	Exponential	Unlimited	FIFO
C	Constant service (M/D/I)	Single	Single	Poisson	Constant	Unlimited	FIFO
D	Limited Population	Single	Single	Poisson	Exponential	Limited	FIFO

Sumber: Heizer dan Render (2001: 809)

Model A: Model Antrian *Single Channel*

Kasus yang paling sering terjadi adalah antrian *single channel*, atau pelayan tunggal. Dalam situasi ini, kedatangan (pelanggan) akan membentuk satu jalur antrian yang kemudian dilayani oleh satu stasiun pelayanan. Asumsi yang digunakan dalam kondisi ini adalah :

1. Kedatangan dilayani atas dasar *First In First Out* (FIFO) serta kedatangan menunggu untuk dilayani terlepas dari panjangnya antrian.
2. Kedatangan tidak terikat pada kedatangan yang sebelumnya, hanya saja kedatangan tidak berubah menurut waktu.
3. Kedatangan pelanggan dijelaskan oleh probabilitas distribusi *Poisson* dan datang dari populasi yang tidak terbatas.
4. Waktu pelayanan bervariasi antara setiap pelanggan, tetapi rata-ratanya diketahui.
5. Waktu pelayanan yang terjadi sesuai dengan probabilitas distribusi eksponensial negatif.
6. Rata-rata tingkat pelayanan lebih cepat daripada rata-rata tingkat kedatangan.

Dengan kondisi-kondisi diatas maka menurut Render dan Heizer (2001: 810) akan diperoleh rumus-rumus sebagai berikut:

$\lambda =$ rata-rata kedatangan per periode

$\mu =$ rata-rata orang yang bisa dilayani per periode.

Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan di dalam sistem (waktu dalam antrian ditambah dengan waktu pelayanan)

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam antrian

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Tingkat utilisasi sistem antrian

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

Model B: Model Antrian *Multiple Channel* (M/M/S)

Menurut Heizer dan Render (2001: 810) sistem antrian *multiple channel* berarti bahwa ada dua atau lebih *channel* pelayanan yang tersedia untuk melayani pelanggan yang datang. Asumsi yang digunakan tetap sama seperti model sebelumnya.

- M = jumlah *channel* yang dibuka (harus lebih besar daripada 1)
- λ = rata-rata tingkat kedatangan
- μ = rata-rata waktu pelayanan pada setiap *channel*.

Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{M-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \frac{1}{M!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^M \frac{M\mu}{M\mu - \lambda}}$$

Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^M}{(M-1)!(M\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan di dalam sistem (waktu dalam antrian ditambah dengan waktu pelayanan)

$$W_s = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^M}{(M-1)!(M\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{1}{\mu} = \frac{L_s}{\lambda}$$

Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam antrian

$$Lq = Ls - \frac{\lambda}{\mu}$$

Rata-rata waktu yang dihabiskan setiap pelanggan di dalam antrian

$$Wq = Ws - \frac{1}{\mu} = \frac{Lq}{\lambda}$$

Model C: Model Antrian dengan *Constant Service* (M/D/I)

Menurut Heizer dan Render (2001: 811) beberapa sistem pelayanan mempunyai waktu pelayanan yang konstan. Hal ini bisa dilihat pada jasa cuci mobil otomatis. Karena waktu pelayanan yang konstan inilah maka nilai Lq , Wq , Ls , dan Ws selalu lebih kecil daripada Model A, yang mempunyai waktu pelayanan yang lebih bervariasi. Faktanya, rata-rata panjang antrian dan rata-rata waktu menunggu dalam antrian Model C adalah setengah dari Model A.

Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam sistem

$$Ls = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

Rata-rata waktu yang dihabiskan setiap pelanggan di dalam antrian

$$Ws = Wq + \frac{1}{\mu}$$

Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam antrian

$$Lq = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu - \lambda)}$$

Rata-rata banyaknya pelanggan di dalam antrian

$$Wq = \frac{\lambda}{2\mu(\mu - \lambda)}$$

Model D : Model Antrian *Limited Population*

Menurut Heizer dan Render (2001: 812) saat ada populasi terbatas dari pelanggan potensial untuk fasilitas pelayanan, maka model antrian yang digunakan berbeda. Model ini berbeda dengan tiga model lainnya diatas karena saat ini terdapat hubungan saling ketergantungan antara panjang antrian dan tingkat kedatangan.

$$\text{Faktor pelayanan (X)} = \frac{T}{T + U}$$

$$\text{Rata-rata jumlah yang menunggu (L)} = N(1 - F)$$

$$\text{Rata-rata waktu menunggu (W)} = \frac{L(T + U)}{N - L} \text{ atau } \frac{T(1 - F)}{X.F}$$

$$\text{Rata-rata jumlah yang keluar dari antrian (J)} = N.F(1 - X)$$

$$\text{Rata-rata jumlah yang dilayani (H)} = F.N.X$$

$$\text{Jumlah populasi (N)} = J + L + H$$

Keterangan:

- D = probabilitas sebuah unit harus menunggu diantrian
F = faktor efisiensi

H	=	rata-rata unit yang dilayani
J	=	rata-rata unit yang keluar dari antrian
L	=	rata-rata jumlah unit yang menunggu untuk dilayani
M	=	Jumlah stasiun pelayanan
N	=	Jumlah pelanggan potensial
T	=	rata-rata waktu pelayanan
U	=	rata-rata waktu yang dibutuhkan antara unit pelayanan
W	=	rata-rata waktu satu unit berada dalam antrian.

METODE PENELITIAN

Populasi dan Teknik Penarikan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah data pelayanan customer di bagian proses bongkar muat seluruh customer suatu perusahaan. Data yang digunakan adalah data pelayanan customer di bagian proses bongkar muat gudang normal periode Januari 2009 sampai dengan Agustus 2009.

Teknik pengambilan sampel yang dilakukan adalah dengan menggunakan teknik pengambilan sampel non – probabilitas yaitu metode *convenience sampling* (pengambilan sampel sewaktu-waktu). Dalam metode *convenience sampling* digunakan pengambilan sampel yang dilaksanakan dengan cara dipermudah yaitu dengan cara mendapatkan informasi dari anggota populasi yang tersedia pada saat penelitian berlangsung.

Operasionalisasi Variabel

Variabel penelitian ini adalah sistem antrian, yang diukur berupa banyaknya *customer* yang masuk ke dalam sistem dan antrian serta lamanya waktu *customer* dalam menerima pelayanan.

Adapun langkah-langkah dalam mengenali ciri-ciri objek yang diukur dalam *waiting line* adalah sebagai berikut:

1. Kedatangan adalah banyaknya *customer* yang datang pada periode tertentu. Pada penelitian ini populasi yang terpakai merupakan populasi yang tidak terbatas yang artinya jumlah *customer* yang datang tidak dibatasi dalam antrian.
2. Jalur antrian adalah banyaknya pengunjung yang menunggu gilirannya untuk memperoleh pelayanan. Disiplin antrian yang ditetapkan adalah metode *First in First Out* (FIFO) yaitu *customer* yang pertama kali datang merupakan *customer* yang akan mendapatkan pelayanan terlebih dahulu.
3. Fasilitas pelayanan adalah layanan dalam melakukan transaksi pembayaran yang dilakukan oleh pengunjung. Model antrian yang diterapkan adalah *Multichannel Single Phase* dimana terdapat satu tahapan dalam suatu sistem dan memiliki banyak *server* untuk melayani antrian.
4. *Service station* adalah tempat dimana terdapat antrian pengunjung untuk memperoleh pelayanan. Model antrian yang diterapkan adalah *Multichannel Single Phase* dimana terdapat lebih dari satu *service station* untuk melayani antrian.

Metode Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian lapangan (*Field Research*).

Riset ini dapat dilakukan dengan cara:

a. Wawancara (*Interview*).

Wawancara yaitu suatu bentuk komunikasi yang bertujuan untuk memperoleh informasi dengan cara mengadakan tanya jawab secara langsung kepada pihak Perusahaan ataupun pihak-pihak lain yang dilakukan dengan sistematis dan berlandaskan kepada tujuan penelitian.

b. Pengamatan (*Observation*)

Menurut Aritonang (2007: 147) "Observasi yang dimaksudkan pada metodologi penelitian adalah pengamatan atas suatu variabel yang dilakukan secara sistematis dan objektif dalam kondisi yang didefinisikan secara tepat, serta hasilnya dicatat secara hati-hati". Dalam penelitian ini penulis menggunakan *stopwatch*, yang akan diukur adalah tingkat rata-rata kedatangan *customer* per satuan waktu (per jam) dan tingkat rata-rata pelayanan pada tiap gudang. Perhitungan waktu dimulai pada saat *customer* memasuki sistem hingga pada saat dilayani dan keluar dari sistem.

Teknik Analisis Data

Proses analisis merupakan suatu usaha untuk menemukan jawaban atas pertanyaan perihal rumusan-rumusan dan pelajaran-pelajaran atau hal-hal yang diperoleh dalam proyek penelitian.

Model yang dipilih dalam penelitian ini adalah model 2. Setelah data diolah, maka langkah berikutnya diadakan analisis data sebagai berikut:

1. Membuat tabel jumlah rata-rata kedatangan *customer* per periode.
2. Membuat tabel rata-rata pelayanan untuk mengetahui lamanya pemberian pelayanan per *customer*, sehingga diperoleh rata-rata jumlah *customer* per periode yang dapat dilayani.
3. Setelah semua informasi diperoleh maka dengan menggunakan rumus-rumus teori antrian dapat mencari besarnya :
 - a. Rata-rata banyaknya *customer* yang sedang dilayani dan menunggu untuk dilayani (*Average number of customers in the system / Ls*).

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^M}{(M-1)!(M\mu - \lambda)^2}$$

- b. Rata-rata waktu yang dihabiskan *customer* di dalam waktu antrian ditambah dengan waktu pelayanan (*Average waiting line in the system/Ws*)

$$W_s = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^M}{(M-1)!(M\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} = \frac{L_s}{\lambda}$$

- c. Rata-rata banyaknya *customer* yang menunggu dalam antrian (*Average number of customers in line (Lq)*).

$$Lq = Ls - \frac{\lambda}{\mu}$$

d. Rata-rata waktu yang dihabiskan tiap *customer* didalam antrian (*Average waiting line in line / Wq*).

$$Wq = Ws - \frac{1}{\mu} = \frac{Lq}{\lambda}$$

PEMBAHASAN

Hasil Analisis Data

Dari data yang diperoleh penulis dalam melakukan penelitian selama 8 bulan pada akhir dan awal sejak Januari 2009 sampai dengan Agustus 2009 maka dapat dilakukan perhitungan optimalisasi jumlah *loading*. Berikut ini adalah data-data yang diperoleh penulis dalam melakukan penelitian :

1. Data Tingkat Kedatangan dan Pelayanan Customer

Tabel 2
Data Kedatangan Customer Selama 3 Hari

Waktu	Jumlah Customer		
	Hari I	Hari II	Hari III
08:00 - 09:00	1	3	0
09:00 - 10:00	2	6	4
10:00 - 11:00	3	4	3
11:00 - 12:00	5	2	1
12:00 - 13:00	ISTIRAHAT	ISTIRAHAT	ISTIRAHAT
13:00 - 14:00	6	1	5
14:00 - 15:00	2	4	2
15:00 - 16:00	3	3	3
16:00 - 17:00	1	1	3
Total kedatangan customer	23	25	21
Rata-rata kedatangan customer (λ)	3	3	3

Sumber : Observasi

Tabel 3
Jumlah Kedatangan, Waktu Pelayanan Customer, Rata-rata Kedatangan Truk dan Rata-rata Waktu Pelayanan untuk 1 Truk Selama 3 Hari

	Hari I	Hari II	Hari III
Jumlah Customer (Truk)	23	25	21
Waktu Pelayanan Customer (Jam)	5 Jam 18 menit	4 jam 15 menit	5 jam 49 menit
Rata-rata Kedatangan Truk	3 truk / jam	3 truk / jam	3 truk / jam
Rata-rata Waktu Pelayanan untuk 1 Truk	13 menit	10 menit	17 menit

Sumber : Diolah oleh penulis

Untuk mengetahui apakah jumlah *channel* yang beroperasi di PT XYZ sudah optimal dalam memberikan pelayanan kepada customer, maka penulis melakukan perhitungan dengan rumus model B yaitu M/M/S, penelitian ini menggunakan program komputer EXCEL OM.

Perhitungan Waktu Antrian

Perhitungan tersebut dapat dilihat sebagai berikut:

a. Perhitungan μ untuk hari pertama hingga hari ketiga adalah:

- $\mu_1 = 1 : 0,217 \text{ jam} = 4,608 \text{ truk/jam} \approx 5 \text{ truk/jam}$
- $\mu_2 = 1 : 0,16 \text{ jam} = 6,25 \text{ truk/jam} \approx 6 \text{ truk/jam}$
- $\mu_3 = 1 : 0,285 \text{ jam} = 3,508 \text{ truk/jam} \approx 4 \text{ truk/jam}$

b. Perhitungan ρ , L_q , W_q , L_s , dan W_s

Berikut adalah data hasil perhitungan ρ , L_q , W_q , L_s , dan W_s dengan menggunakan EXCEL OM untuk hari pertama:

Average server utilization(ρ)	0.06
Average number of customers in the queue(L_q)	6.2E-11
Average number of customers in the system(L)	0.6
Average waiting time in the queue(W_q)	2.1E-11
Average time in the system(W)	0.2
Probability (% of time) system is empty (P_0)	0.54881

Berdasarkan hasil output EXCEL OM di atas dengan banyaknya *channel* sebanyak 10 *loading*, maka besarnya ρ adalah 0,06, L_q adalah $6,2 \times 10^{-11}$, L_s adalah 0,6, W_q adalah 2.1×10^{-11} , dan W_s adalah 0,2. Berikut adalah data mengenai perhitungan L_q , L_s , W_q , dan W_s untuk setiap alternatif jumlah gudang berdasarkan hasil perhitungan dengan menggunakan EXCEL OM untuk hari pertama:

Tabel 4

Jumlah gudang berdasarkan hasil perhitungan dengan menggunakan EXCEL OM untuk hari pertama

Jumlah Loading	P0(s)	Rho(s)	Lq(s)	L(s)	Wq(s)	W(S)
1	0.4	0.6	0.9	1.5	0.3	0.5
2	0.53846	0.3	0.059341	0.659341	0.01978	0.21978
3	0.54795	0.2	0.006164	0.606164	0.002055	0.202055
4	0.54874	0.15	0.000615	0.600615	0.000205	0.200205
5	0.54881	0.12	5.51E-05	0.600055	1.84E-05	0.200018
6	0.54881	0.1	4.39E-06	0.600004	1.46E-06	0.200001
7	0.54881	0.085714	3.13E-07	0.6	1.04E-07	0.2
8	0.54881	0.075	2E-08	0.6	6.68E-09	0.2
9	0.54881	0.066667	1.17E-09	0.6	3.89E-10	0.2
10	0.54881	0.06	6.21E-11	0.6	2.07E-11	0.2

Tabel 5

Hasil Perhitungan ρ , L_q , L , W_q , W dan P_0 Menggunakan EXCEL OM Selama 3 Hari

	Hari I	Hari II	Hari III
Utilisasi server (ρ)	0.06	0.05	0.075
Jumlah customer yang berada di dalam antrian (L_q)	6.2E-11	9E-12	6.4E-10
Jumlah customer yang berada di dalam sistem (L)	0.6	0.5	0.75
Waktu tunggu dalam antrian (W_q)	2.1E-11	3E-12	2.1E-10
Waktu tunggu dalam sistem (W)	0.2	0.16667	0.25
Probabilitas sistem akan kosong (P_0)	0.54881	0.60653	0.47237

Sumber : Diolah oleh penulis

Tabel 6

Hasil Perhitungan W_q untuk 10 *loading* Menggunakan EXCEL OM Selama 3 Hari

<i>Loading</i>	Hari I	Hari II	Hari III
1	0.3	0.166667	0.75
2	0.01978	0.011111	0.040909
3	0.002055	0.00101	0.004902
4	0.000205	8.6E-05	0.000589
5	1.84E-05	6.5E-06	6.46E-05
6	1.46E-06	4.35E-07	6.35E-06
7	1.04E-07	2.6E-08	5.6E-07
8	6.68E-09	1.39E-09	4.46E-08
9	3.89E-10	6.78E-11	3.23E-09
10	2.07E-11	3.01E-12	2.14E-10

Sumber : Diolah oleh penulis

Dari data yang telah diperoleh di dapatkan hasil bahwa :

- Rata-rata kedatangan customer (truk) untuk hari pertama hingga hari ketiga adalah 3 truk/jam.

Hal ini diperoleh dari jumlah kedatangan customer yang tidak merata, dimana ada jam-jam tertentu customer datang lebih banyak sehingga terjadi antrian. Kenyataan ini dapat dilihat dari data yang diperoleh pada tabel 4.1. bahwa di hari pertama pada jam 11:00 – 12:00 WIB customer yang datang berjumlah 5 truk, jam 13:00 – 14:00 WIB customer yang datang berjumlah 6 truk. Pada hari kedua, jam 09:00 – 10:00 WIB jumlah customer yang datang adalah 6 truk, jam 10:00 – 11:00 WIB dan jam 14:00 – 15:00 customer yang datang masing-masing berjumlah 4 truk. Begitu pula pada hari ketiga, diperoleh jumlah kedatangan customer terbanyak, ada di jam 13:00 – 14:00 WIB yaitu 5 truk diikuti juga di jam 09:00 – 10:00 WIB jumlah customer yang datang adalah 4 truk. Hal ini juga yang menyebabkan diperolehnya akumulasi persentase permasalahan antrian sebesar 45%.

b. Rata-rata waktu pelayanan yang diberikan pada proses bongkar muat barang di gudang normal mulai hari pertama hingga hari ketiga adalah: 5 jam 12 menit per hari \approx 5 jam per hari.

Jam kerja yang dimiliki oleh perusahaan per harinya adalah 8 jam. Jika rata-rata waktu pelayanan yang dimiliki adalah 5 jam per hari, maka sisa waktu kerja yang ada yaitu 3 jam merupakan waktu menganggur dimana karyawan tidak memberikan pelayanan (karyawan menganggur selama 3 jam). Jika ini terus-menerus terjadi dan tidak cepat diperbaiki, tentu akan merugikan Perusahaan.

–Data yang diperoleh untuk waktu kedatangan terbentuk distribusi *Poisson* sedangkan waktu pelayanan terbentuk distribusi *Exponential* dimana waktu kedatangan maupun waktu pelayanan tidak saling terkait satu sama lain. Jadi, jika customer pertama datang kemudian mendapatkan pelayanan, maka customer yang datang pada waktu berikutnya tidak akan memiliki waktu pelayanan yang bergantung dengan waktu pelayanan pertama (customer sebelumnya).

–Waktu pelayanan yang diberikan untuk customer pertama dengan customer berikutnya tidak selalu sama. Hal ini dikarenakan jumlah item maupun jenis item yang akan dibongkar atau muat antara customer pertama dengan customer berikutnya berbeda.

–Jenis pelayanan yang diberikan semuanya adalah sama, yaitu pelayanan proses bongkar dan atau muat barang.

–Dilihat dari hasil perhitungan untuk proses bongkar dan atau muat barang pada hari pertama hingga hari ketiga, diketahui bahwa waktu tunggu antrian (W_q) terbesar :

a. W_q hari 1

0.3 jam x 60 menit = 18 menit (di *loading* 1)

0.040909 jam x 60 menit = 2.45 menit \approx 2.5 menit (di *loading* 2)

b. W_q hari 2

0.166667 jam x 60 menit = 10 menit (di *loading* 1)

0.011111 jam x 60 menit = 0.66 menit \approx 0.7 menit (di *loading* 2)

c. W_q hari 3

0.75 jam x 60 menit = 45 menit (di *loading* 1)

0.040909 x 60 menit = 2.45 menit \approx 2.5 menit (di *loading* 2)

Namun, dari tabel 4.4 dapat dilihat bahwa waktu tunggu customer dalam antrian (W_q) secara keseluruhan adalah di bawah dari waktu tunggu antrian (W_q) standard yang telah ditetapkan oleh Perusahaan (jauh lebih kecil dari 30 menit).

Hal ini perlu menjadi perhatian untuk melakukan perbaikan penentuan standard waktu tunggu antrian (W_q). Karena dari pengolahan data yang telah dilakukan mulai *loading* 1 hingga 10 selama 3 hari dilakukannya pengambilan sampel hanya ditemukan 1 data yang memiliki waktu tunggu antrian (W_q) lebih dari 30 menit, yaitu pada hari ketiga di *loading* pertama (45 menit).

Kemungkinan hal ini terjadi bisa diakibatkan karena, masih kurangnya pemahaman dalam penentuan pengukuran waktu kedatangan, waktu pelayanan maupun waktu tunggu antrian.

–Dari tabel 4.3 di atas juga diperoleh bahwa rata-rata waktu tunggu dalam sistem mulai dari hari pertama hingga hari ketiga, dimana waktu tunggu dalam sistem ini merupakan waktu tunggu saat customer berada pada jalur antrian hingga customer mendapatkan pelayanan, diperoleh angka yang sangat kecil sekali yaitu:

$$W_1 = 0.2 \text{ jam} \times 60 \text{ menit} = 12 \text{ menit}$$

$$W_2 = 0.16667 \text{ jam} \times 60 \text{ menit} = 10.00020 \text{ menit} \approx 10 \text{ menit}$$

$$W_3 = 0.25 \text{ jam} \times 60 \text{ menit} = 15 \text{ menit}$$

$$W_{\text{rata-rata}} = (12 \text{ menit} + 10 \text{ menit} + 15 \text{ menit}) : 3 \text{ hari} \\ = 12.33 \text{ menit} \\ \approx 12 \text{ menit}$$

Berarti dapat diketahui bahwa kemungkinan waktu tunggu di dalam sistem yang dialami oleh seorang customer adalah 12 menit. Jika dihubungkan dengan standar waktu tunggu yang telah ditetapkan oleh perusahaan sebesar 30 menit untuk seorang customer berada di dalam jalur antrian, sudah dapat dipastikan bahwa standar waktu tunggu yang ditetapkan oleh perusahaan adalah keliru. Jadi, bagaimana mungkin perusahaan dapat menetapkan bahwa standar waktu tunggu antrian sebesar 30 menit, sedangkan waktu tunggu di dalam sistem hanya 12 menit. Hal ini juga dapat dijadikan pertimbangan oleh perusahaan untuk meninjau ulang penetapan standar waktu tunggu antrian yang telah ditetapkan.

–Dari tabel 4.3 diperoleh hasil perhitungan ρ_1 (0.06), ρ_2 (0.05) dan ρ_3 (0.075), maka dapat diketahui bahwa pemakaian server (*loading* 1 s/d 10) yang tersedia adalah 6% dihari pertama, 5% dihari kedua dan 7.5% dihari ketiga. Ini menandakan bahwa pemakaian server (*loading* 1 s/d 10) tidak terpakai secara maksimal, adanya beberapa server yang tidak terpakai.

Hal ini didukung dengan hasil perhitungan *probability system is empty* (P_0) (dapat dilihat pada table 4.3) bahwa probabilitas kemungkinan *loading* tidak terpakai adalah sekitar 47% - 60%.

Jika pemakaian server (*loading*) setiap harinya hanya sekitar 5% - 7.5%, tentunya ini dapat merugikan. Karena, *loading* yang tersedia tidak terpakai secara maksimal (tidak efisien) sehingga menyebabkan pengeluaran biaya operasional untuk perawatan, biaya tenaga kerja dan lain-lainnya begitu besar.

–Dapat diketahui juga bahwa perbandingan rata-rata waktu tunggu customer dalam antrian dengan kebijakan rata – rata waktu tunggu customer yang ditetapkan Perusahaan terdapat waktu tunggu customer yang mengantri atau menunggu lebih dari 30 menit terdapat dihari ketiga pada gudang pertama, yaitu 45 menit.

–Antrian yang terjadi di perusahaan pada proses bongkar muat, khususnya di gudang normal bisa diakibatkan:

- a. Kemampuan ketrampilan karyawan yang berbeda-beda dalam mengendarai *forklift*.
- b. Adanya persiapan dokumen yang masih belum lengkap sehingga dapat menghambat proses bongkar muat.

c. Adanya keterbatasan jumlah *forklift* yaitu 12 *forklift* yang digunakan bersamaan di gudang normal maupun PPGB, kurangnya persiapan pengecekan kondisi *forklift* sebelum pemakaian dilakukan. Sehingga jika terdapat beberapa kendaraan *forklift* yang kondisinya tiba-tiba rusak dapat menghambat jalannya proses bongkar muat berlangsung.

d. Adanya keterbatasan jumlah *tally man* yaitu 2 orang yang bertugas untuk melakukan pengecekan barang yang sudah dipersiapkan oleh PIC *warehouse (forklift driver)* dan membandingkannya dengan *delivery order (DO)* yang diterima dari customer untuk gudang normal dengan jumlah *loading* 10. Hal ini tentunya dapat menyebabkan lambatnya pengecekan barang yang dinantikan oleh customer. Bisa dibayangkan jika dalam setiap *loading* terdapat sekitar 6 – 10 truk yang datang untuk melakukan proses bongkar muat, tentunya hal ini juga dapat menyebabkan antrian yang panjang.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, maka penulis dapat mengambil beberapa kesimpulan, yaitu:

1. Rata-rata kedatangan customer adalah 3 truk/jam dari total waktu pelayanan 8 jam kerja.
2. Rata-rata pelayanan untuk 1 truk adalah 13 menit.
3. Dari hasil analisis perhitungan dengan menggunakan model antrian *Multi Channel Single Server* untuk 10 *loading (line)* diperoleh waktu antrian jauh lebih kecil (2.5 menit di *loading 2*) dari waktu standard yang telah ditentukan oleh perusahaan (30 menit).
4. Rata-rata utilisasi server (*loading/line*) adalah 6% dan probabilitas sistem menganggur adalah 54%.
5. Besarnya persentase permasalahan di perusahaan (45%) tidak merupakan masalah waktu antrian yang sebenarnya di dalam sistem. Akan tetapi, merupakan cerminan dari akumulasi permasalahan yang terjadi dalam antrian dan dikumpulkan tidak berasal dari seluruh populasi (customer).
6. Kendala dalam memberikan pelayanan yang optimal:
 - a. Banyaknya jumlah dan variasi barang dalam proses bongkar muat.
Banyaknya jumlah dan variasi barang juga dapat mempengaruhi lambannya pemberian pelayanan yang dilakukannya sehingga menyebabkan terjadinya antrian. Jika proses bongkar muat barang dilakukan untuk jumlah barang yang relatif kecil dan jenis barang berupa karton tentunya waktu pelayanan yang diberikan akan lebih cepat dibandingkan dengan jumlah barang yang relatif besar dan jenis barang yang dibongkar muat adalah berupa drum.
 - b. Tidak adanya alat khusus yang digunakan untuk membantu proses bongkar muat barang dengan ukuran yang cukup besar.
 - c. Keterbatasan alat angkut barang yang tersedia.

DAFTAR PUSTAKA

- Aritonang R., Lerbin R., *Riset Pemasaran: Teori dan Praktik*. Bogor: Ghalia Indonesia, 2007.
- Chase, Richard B. *et al.*, *Operation Management for Competitive Advantaged*, 10th Ed. New Jersey: McGraw-Hill Inc., 2004.
- Everett E, Adam and Ebert, Ronald J., *Production and Operation Management*. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 2001.
- Fandy Tjiptono, *Manajemen Jasa*. Edisi Ke-1, Cetakan ke-3. Yogyakarta: Penerbit Andy Offset, 2004.
- Heizer, Jay and Render, Barry, *Operation Management*. 6th Ed. New Jersey: Prentice Hall, Inc., 2001.
- Johanes Supranto, *Statistik: Teori dan Aplikasi*, Edisi ke-6, Jilid 1. Penerbit Erlangga, 2000.
- Moh Nazir, *Metodologi Penelitian*. Jakarta: Ghalia Indonesia, 2003.
- Stevenson, William J., *Operation Management*: 7th Ed. Higher Education Group, Inc., 2002.
- Thomas J. Kakiay, *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata.*, Edisi Ke-1. Yogyakarta: Penerbit Andy Offset, 2004.
- Wayne L. Winston, *Operation Research Applications and Algorithms*, 4th Ed., 2004.
- Zulian Yamit, *Manajemen Produksi dan Operasi*, Edisi Kedua, Cetakan Pertama. Yogyakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 2003.